

Zestaw 1 Rachunek wektorowy

1. Dane są wektory $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{b} = 3\hat{i}$, $\vec{c} = 2\hat{j}$. Wykonać następujące działania:
- $\vec{a} + \vec{b}$
 - $\vec{a} - \vec{b}$
 - $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 - $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{c}$ (wyznaczyć współrzędne otrzymanych wektorów, policzyć ich długości)
 - Oblicz składowe wektora \vec{a} wzdłuż wektorów \vec{b} i \vec{c}
 - Oblicz składową (długość) wektora \vec{a} wzdłuż osi prostopadłej do wektora \vec{b} i leżącej na płaszczyźnie wyznaczonej przez te dwa wektory
 - Oblicz składową (długość) wektora \vec{a} wzdłuż osi prostopadłej do wektora \vec{c} i leżącej na płaszczyźnie wyznaczonej przez te dwa wektory.
2. Dany jest wektor $\vec{r} = 1\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$:
- Rozłożyć wektor \vec{r} na składowe wzdłuż osi układu współrzędnych.
 - Podać długości składowych wektora \vec{r} .
 - Obliczyć długość wektora \vec{r} .
 - Wyznaczyć kąty pomiędzy wektorem \vec{r} a osiami układu współrzędnych.
3. Korzystając z definicji iloczynu skalarnego, obliczyć kąty α , β , γ pomiędzy wektorami $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{k}$ i $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$.
4. Dane są wektory $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ oraz $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{k}$, obliczyć kąt między tymi wektorami.
5. Wyznacz wektory \vec{a} i \vec{b} wiedząc, że $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} + \vec{b} = 4\vec{c}$, a $\vec{c} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$.
6. Wektor \vec{a} o długości 10 jednostek i wektor \vec{b} o długości 6 jednostek tworzą ze sobą kąt 60° . Ile wynosi:
- Iloczyn skalarny tych wektorów?
 - Długość iloczynu wektorowego $\vec{a} \times \vec{b}$?
7. Pokazać (dla przypadku dwuwymiarowego), że istnieje równość:
- $$\vec{a} \circ \vec{b} = ab \cos \varphi = a_x b_x + a_y b_y.$$
8. Sprawdź, czy wektory:
 $\vec{u} = [1, 1, 0]$, $\vec{v} = [1, -1, 0]$ i $\vec{w} = [0, 0, 1]$, są do siebie prostopadłe.
9. Pewien wektor ma współrzędne początku (15, 17), zaś współrzędne końca wynoszą (-2, 7). Jaka jest jego długość i jaki kąt tworzy z osią x?
10. Załóżmy, że \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} są trzema dowolnymi wektorami nieleżącymi w jednej płaszczyźnie. Nie muszą one tworzyć ze sobą kątów prostych. Wykazać, że:
- $$\vec{a} \circ (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \circ (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \circ (\vec{a} \times \vec{b}).$$
11. Poszukiwacz skarbów znajduje srebrną monetę 20,0 m od wyschniętej studni w kierunku 20° na północ od kierunku wschodniego i złotą monetę 10,0 m od studni w kierunku 20° na północ od kierunku zachodniego. Jakie są współrzędne biegunowe i kartezjańskie jego znalezisk względem studni?